

DEKOMPOSISI GRAF KINCIR W_2^m

SKRIPSI

**OLEH
THIS'ATUN NA'IMAH
NIM. 16610025**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020**

DEKOMPOSISI GRAF KINCIR W_2^m

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
This'atun Na'imah
NIM. 16610025**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020**

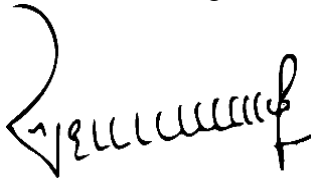
DEKOMPOSISI GRAF KINCIR W_2^m

SKRIPSI

Oleh
This'atun Na'imah
NIM. 16610025

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 09 Oktober 2020

Pembimbing I,



Evawati Alisah, M.Pd
NIP. 19720604 199903 2 001

Pembimbing II,



Dewi Ismiarti, M.Si
NIDT. 19870505 20160801 2 058

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si.
NIP. 19650414 200312 1 001

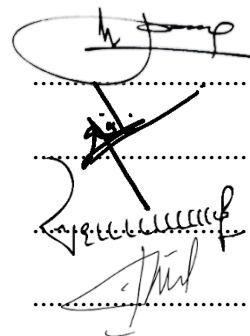
DEKOMPOSISI GRAF KINCIR W_2^m

SKRIPSI

Oleh
This'atun Na'imah
NIM. 16610025

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal, 27 Oktober 2020

Penguji Utama : Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D
Ketua Penguji : M. Nafie Jauhari, M.Si
Sekretaris Penguji : Evawati Alisah, M.Pd
Anggota Penguji : Dewi Ismiarti, M.Si



Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : This'atun Na'imah

NIM : 16610025

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Dekomposisi Graf Kincir W_2^m

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 09 Oktober 2020
Yang membuat pernyataan



This'atun Na'imah
NIM.16610025

M O T T O

*"Terus melangkah ke depan, semangat,
dan jangan mudah menyerah untuk
membahagiakan kedua orang tua,
meraih cita-cita dan kesuksesan"*

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah Robbil'amin

Segala puji bagi Allah SWT

Terimakasih atas rahmat, taufik, dan hidayat-Nya

yang telah diberikan kepada penulis

Penulisan mempersembahkan skripsi ini kepada

Ibu Siti Mastuha,

Bapak Tarmijan,

dan adik tersayang M. Nafi'ul Anhar

yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, memberikan nasihat, selalu

menyemangati, dan kasih sayang yang tak ternilai.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Dengan menyebut nama Allah SWT Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang dan dengan rasa syukur atas limpahan taufik dan hidayah-Nya sehingga dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul “*Dekomposisi Graf Kincir W_2^m* ” dengan baik. Sholawat serta salam semoga senantiasa terlimpahkan kepada Nabiullah Muhammad SAW yang telah menunjukkan jalan yang diridhoi oleh Allah SWT, dan semoga syafaatnya selalu tercurah pada kita semua.

Dalam penyusunan skripsi ini tidak lepas dari petunjuk dan bimbingan serta masukan dari berbagai pihak. Untuk itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, dan pengalaman berharga kepada penulis.
5. Dewi Ismiarti, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan ilmunya kepada penulis.

6. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen yang telah memberikan bimbingan dalam proses perkuliahan.
7. Bapak dan Ibu serta adek tersayang saya yang selalu ikhlas mendo'akan, memberi nasihat, dan selalu memberi semangat, serta motivasi demi keberhasilan penulis.
8. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2016 yang berjuang bersama-sama untuk menggapai impian.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang telah ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik berupa materil maupun moril.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karuniaNya kepada kita semua. Selain itu, penulis juga berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat khususnya bagi penulis dan pembaca pada umumnya. *Aamiin*

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Malang, 09 Oktober 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
ABSTRAK	xv
ABSTRACT	xvi
ملخص	xvii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Metode Penelitian.....	4
1.6 Sistematika Penulisan.....	5
BAB II KAJIAN PUSTAKA	6
2.1 Graf.....	6
2.2 Subgraf	8
2.3 Derajat Titik	9
2.4 Graf Isomorfik.....	10
2.5 Graf Komplit	11
2.6 Operasi pada Graf.....	12
2.7 Partisi.....	13
2.8 Graf Bipartisi	13
2.9 Graf Bipartisi Komplit	14
2.10 Graf Kincir W_2^m	14
2.11 Graf Sikel	15
2.12 Dekomposisi Graf	16
2.13 Kajian Agama.....	18

BAB III PEMBAHASAN	22
3.1 Dekomposisi Graf Kincir W_2^m	22
3.1.1 Dekomposisi Graf Kincir W_2^1	22
3.1.2 Dekomposisi Graf Kincir W_2^2	23
3.1.3 Dekomposisi Graf Kincir W_2^3	25
3.1.4 Dekomposisi Graf Kincir W_2^4	27
3.1.5 Dekomposisi Graf Kincir W_2^5	29
3.1.6 Dekomposisi Graf Kincir W_2^6	31
3.1.7 Dekomposisi Graf Kincir W_2^m	34
BAB IV PENUTUP	38
4.1 Kesimpulan.....	38
4.2 Saran.....	38
DAFTAR PUSTAKA	
RIWAYAT HIDUP	

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Titik dan Sisi Graf Kincir W_2^m	34
Tabel 3.2 Dekomposisi Graf Kincir W_2^m	34

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf G	6
Gambar 2.2 Graf G dengan 5 titik dan 6 sisi.....	7
Gambar 2.3 Subgraf dan bukan subgraf dari graf G	8
Gambar 2.4 Subgraf yang dibangun (diinduksi) oleh E_i dari graf G	9
Gambar 2.5 Derajat titik pada graf G	10
Gambar 2.6 Graf G Isomorfik dengan graf H	10
Gambar 2.7 Graf komplit K_1, K_2, K_3 dan K_4	11
Gambar 2.8 Gabungan graf dari graf $2K_1 \cup 3K_2 \cup K_4$	12
Gambar 2.9 Irisan dari graf $G_1 \cap G_2$	12
Gambar 2.10 Penjumlahan graf dari graf $G_1 + G_2$	13
Gambar 2.11 Graf bipartit	13
Gambar 2.12 G_1 graf bipartit lengkap dan G_2 adalah graf bintang	14
Gambar 2.13 Graf kincir W_2^3	15
Gambar 2.14 Graf sikel-4 (C_4)	16
Gambar 2.15 Graf G	16
Gambar 2.16 Partisi sisi-sisi graf G	17
Gambar 3.1 Graf kincir W_2^1	22
Gambar 3.2 Partisi sisi graf kincir W_2^1	23
Gambar 3.3 Graf kincir W_2^2	24
Gambar 3.4 Partisi sisi graf kincir W_2^2	24
Gambar 3.5 Graf kincir W_2^3	25
Gambar 3.6 Partisi sisi graf kincir W_2^3	26
Gambar 3.7 Graf kincir W_2^4	27

Gambar 3.8 Partisi sisi graf kincir W_2^4	28
Gambar 3.9 Graf kincir W_2^5	29
Gambar 3.10 Partisi sisi graf kincir W_2^5	30
Gambar 3.11 Graf kincir W_2^6	32
Gambar 3.12 Partisi sisi graf kincir W_2^6	32

ABSTRAK

Na'imah, This'atun. 2020. **Dekomposisi Graf Kincir W_2^m** . Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Evawati Alisah, M.Pd. (II) Dewi Ismiarti, M.Si.

Kata kunci : *Dekomposisi, Graf kincir W_2^m , Graf sikel*

Dekomposisi graf G adalah kumpulan atau koleksi subgraf $\{H_i\}_{i=1}^n$ dari graf G sedemikian hingga $H_i = [E_i]$ untuk suatu E_i subset dari $E(G)$, dan $\{E_i\}_{i=1}^n$ adalah partisi dari $E(G)$. Subgraf H_i pada dekomposisi G tidak memuat titik terisolasi. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui dekomposisi graf kincir W_2^m , untuk m bilangan asli.

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian kepustakaan. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan dekomposisi graf kincir W_2^m adalah sebagai berikut :

- Menggambar graf kincir W_2^m dan memberikan label pada setiap titik dan sisinya,
- Menentukan partisi sisi-sisi graf kincir W_2^m ,
- Membangun subgraf dari partisi sisi-sisi graf kincir W_2^m ,
- Menentukan dekomposisi graf kincir W_2^m ,
- Mentabulasi dugaan dekomposisi graf kincir W_2^m , dan
- Menyusun teorema dekomposisi graf kincir W_2^m serta pembuktiannya.

Hasil dari penelitian ini yaitu misalkan m bilangan asli, karena graf kincir W_2^m didekomposisikan oleh graf sikel C_3 maka graf kincir W_2^m merupakan C_3 – dekomposisi.

ABSTRACT

Na'imah, This'atun. 2020. **On The Decomposition of the Windmill Graph W_2^m** . Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Evawati Alisah, M.Pd. (II) Dewi Ismiarti, M.Si.

Keyword : *Decomposition, Windmill graph W_2^m , Cycle graph*

A decomposition of the graph G is a set or collection of subgraphs $\{H_i\}_{i=1}^n$ of the graph G such that $H_i = [E_i]$ for E_i is a subset of $E(G)$, and $\{E_i\}_{i=1}^n$ is a partition of $E(G)$. Subgraph H_i on a G decomposition does not contain isolated vertices. The purpose of this research was to determine the decomposition of the windmill W_2^m , for m natural numbers.

The research method used in this research is library research. The steps used in determining the decomposition of the windmill graph W_2^m are as follows :

- a. Draw a windmill graph W_2^m and label each vertex and edge,
- b. Determine the partition on the edges of the windmill graph W_2^m ,
- c. Build subgraphs from the edge partition of the windmill graph W_2^m ,
- d. Determine the decomposition of the windmill graph W_2^m ,
- e. Tabulate a conjecture on the decomposition of the windmill graph W_2^m , and
- f. Construct theorem of the decomposition theorem of windmill graph W_2^m and its proof.

The result of this research is that if m is a natural number, because the windmill graph W_2^m is decomposed by the cycle graph C_3 then the windmill graph W_2^m is a C_3 – decomposition.

ملخص

النعمة، تسعة. ٢٠٢٠. تحليل عجلة الطاحونة W_2^m . البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية بمالابج. المشرفة : (١) ايفاوتي أليسة، الماجستير (٢) دوي اسمي ارتي، الماجستير

الكلمات الرئيسية : تقسيم، عجلة فيريس W_2^m ، دورة الرسم البياني

تحليل الرسم البياني G هو مجموعة أو مجموعة من الرسومات الفرعية $\{H_i\}_{i=1}^n$ من الرسم البياني G بحيث $H_i = [E_i]$ لمجموعة E_i فرعية من $E(G)$ ، و $\{E_i\}_{i=1}^n$ هو قسم $E(G)$. لا يحتوي الرسم البياني H_i على التحلل G على نقاط معزولة. الغرض من هذه الدراسة هو تحديد تحليل الرسم البياني لطاحونة الهواء W_2^m إلى m الأعداد الطبيعية. طريقة البحث المستخدمة في هذا البحث هي بحث المكتبة. الخطوات المستخدمة في تحديد تحليل الرسم البياني لطاحونة W_2^m هي كما يلي :

- ارسم رسمًا بيانيًا لعجلة W_2^m وقم بتسمية كل نقطة وجانب،
- تحديد تقسيم جوانب المروحة W_2^m ،
- إنشاء رسم فرعي من القسم على جانبي الرسم البياني لطاحونة W_2^m ،
- حدد تحليل دولاب الهواء W_2^m ،
- تمت جدولة تحليل الرسم البياني لطاحونة W_2^m ، و
- تجميع نظرية التحلل للرسم البياني لدولاب الدولاب W_2^m وإثباته.

نتائج هذه الدراسة وهي لنفترض أن m عدد طبيعي، لأن الرسم البياني لطاحونة الهواء W_2^m يتحلل بواسطة الرسم البياني للدورة C_3 فإن الرسم البياني لطاحونة الهواء W_2^m هو C_3 — التحلل.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu ilmu yang banyak manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari. Hampir di setiap aspek kehidupan ilmu matematika banyak diterapkan. Oleh karena itu, matematika mendapat julukan sebagai ratu segala ilmu. Matematika juga dapat mengimbangi perkembangan zaman yang semakin modern. Terutama di masa sekarang ketika segala sesuatu dapat dilakukan dengan menggunakan komputer. Salah satu topik yang dibahas di dalam ilmu matematika adalah teori graf.

Teori graf adalah salah satu cabang dari matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh seorang matematikawan Swiss yang bernama Leonard Euler pada tahun 1736, sebagai upaya menyelesaikan masalah jembatan Königsberg yang tercatat dalam sejarah untuk pertama kali menggunakan graf. Teori graf banyak dijadikan model dalam memecahkan masalah yang ada di kehidupan sehari-hari.

Suatu permasalahan dalam hidup itu tidak hanya memiliki satu penyelesaian atau satu solusi. Solusi dari suatu permasalahan tersebut sesungguhnya tidaklah trivial, tidaklah tunggal. Sebagaimana firman Allah pada Surat Al Insyiraah ayat 5 – 6 sebagai berikut :

فَاِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا (5) اِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا (6)

Artinya : “*Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan*”. (QS. Al Insyiraah : 5 – 6).

Sesungguhnya Allah telah memberitahukan bahwa bersama kesulitan itu terdapat kemudahan. Kemudian Dia mempertegas berita tersebut. Ibnu Jarir meriwayatkan dari al-Hasan, dia berkata : “Nabi Muhammad SAW pernah keluar rumah pada suatu hari dalam keadaan senang dan gembira, dan beliau juga dalam keadaan tertawa seraya bersabda :

((لَنْ يَغْلِبَ عُسْرٌ يُسْرَيْنِ، لَنْ يَغْلِبَ عُسْرٌ يُسْرَيْنِ، فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا))

“*Satu kesulitan itu tidak akan pernah mengalahkan dua kemudahan, satu kesulitan itu tidak akan pernah mengalahkan dua kemudahan, karena bersama kesulitan itu pasti terdapat kemudahan, sesungguhnya bersama kesulitan itu terdapat kemudahan*”

Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa kesulitan itu dapat diketahui pada dua keadaan, dimana kalimatnya dalam bentuk *mufrad* (tunggal). Sedangkan kemudahan (*al-yusr*) dalam bentuk *nakirah* (tidak ada ketentuannya) sehingga bilangannya bertambah banyak (Abdullah, 2003).

Berdasarkan ayat tersebut, Allah mengatakan bahwa sesungguhnya disetiap kesulitan itu ada kemudahan. Sehingga pada suatu permasalahan yang besar terdapat solusi (kemudahan) untuk menyelesaikannya. Suatu permasalahan yang besar itu terdiri dari beberapa hal yang kecil, maka untuk menyelesaikan suatu permasalahannya yang besar kita bisa memahami karakteristiknya terlebih dahulu dengan cara dipecah-pecah. Salah satunya dengan menggunakan konsep dekomposisi. Dekomposisi adalah proses perubahan suatu objek menjadi bentuk yang lebih kecil (sederhana).

Dalam ilmu matematika, tidak menutup kemungkinan bahwa dekomposisi bisa diaplikasikan dengan teori graf, yaitu misalnya menentukan dekomposisi pada suatu graf. Menurut definisi, graf merupakan pasangan dari himpunan tak kosong yang memuat objek-objek yang disebut titik dengan

himpunan (mungkin kosong) suatu pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda yang disebut sisi. Sedangkan dekomposisi graf merupakan kumpulan atau koleksi subgraf $\{H_i\}_{i=1}^n$ dari graf G dimana subgraf H_i dibangun oleh partisi sisi-sisi di G . Subgraf H_i tidak memuat titik terisolasi atau titik yang berderajat 0.

Penelitian tentang dekomposisi graf telah banyak dikaji di beberapa jurnal. Salah satu artikel yang ditulis oleh Nur Rahmawati pada tahun 2014 yang membahas tentang dekomposisi dari empat graf, yaitu graf sikel, graf roda, graf gir, dan graf persahabatan, serta membuktikan bahwa graf sikel C_n merupakan K_2 – dekomposisi, graf roda W_n dimana $n \geq 3$ merupakan $2K_2$ – dekomposisi, graf gir G_n dimana $n \geq 3$ merupakan $3K_2$ – dekomposisi, dan graf persahabatan F_n dimana $n \geq 2$ merupakan C_3 – dekomposisi.

Pada tahun 2014, Okky Panca Pratama juga telah menelaah tentang menentukan bentuk umum banyaknya pohon rentang pada graf kincir W_2^m dengan menggunakan representasi matriks. Graf kincir adalah graf yang dibentuk dari hasil penjumlahan dari graf komplit K_1 dan mK_2 , dimana m adalah banyaknya K_2 , dengan cara menghubungkan semua titik mK_2 dengan titik pusat. Graf kincir dengan K_1 dan mK_2 disimbolkan dengan W_2^m . Graf kincir mempunyai keunikan tersendiri, sehingga kita mempunyai hipotesa bahwa graf kincir memiliki pola dan keunikan-keunikan tertentu yang tidak semua graf memiliki keunikan tersebut sehingga graf kincir dapat ditelaah untuk lebih lanjut.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, penelitian mengenai dekomposisi graf masih dapat dilanjutkan pada graf yang lain. Sehingga berdasarkan hal tersebut, untuk membedakan dengan penelitian sebelumnya maka penulis mengambil judul penelitian “***Dekomposisi Graf Kincir W_2^m*** ”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimanakah dekomposisi graf kincir W_2^m ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan dekomposisi graf kincir W_2^m .

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah menambah wawasan atau pengetahuan tentang graf, khususnya tentang dekomposisi pada suatu graf dan graf kincir.

1.5 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini peneliti menggunakan jenis penelitian deskriptif kualitatif dengan metode penelitian kepustakaan (*library research*) atau kajian pustaka, yakni melakukan penelitian untuk memperoleh informasi-informasi serta objek yang digunakan dalam pembahasan masalah tersebut.

Adapun langkah-langkah yang akan digunakan oleh peneliti dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menggambar graf kincir W_2^m dan memberikan label pada setiap titik dan sisinya
2. Menentukan partisi sisi-sisi graf kincir W_2^m
3. Membangun subgraf dari partisi sisi-sisi graf kincir W_2^m

4. Menentukan dekomposisi graf kincir W_2^m
5. Mentabulasi dugaan dekomposisi graf kincir W_2^m
6. Menyusun teorema dekomposisi graf kincir W_2^m serta pembuktiannya.

1.6 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan penelitian ini, peneliti membagi tulisan ini ke dalam empat bab. Sehingga penulisan penelitian ini sistematis dan mudah ditelaah serta dipahami oleh pembaca. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Dalam bab I ini dijelaskan latar belakang, rumusan masalah tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Dalam bab II ini dikemukakan hal-hal yang mendasari dalam teori yang dikaji, yaitu memuat graf, subgraf, derajat titik, graf isomorfik, graf komplit, opsai pada graf, partisi, graf bipartisi, graf bipartisi komplit, graf kincir W_2^m , graf sikel, dekomposisi graf, dan kajian agama.

BAB III PEMBAHASAN

Dalam bab III ini dipaparkan tentang bagaimana hasil dekomposisi dari graf kincir W_2^m .

BAB IV PENUTUP

Dalam bab IV ini dikemukakan kesimpulan akhir dari penelitian dan beberapa saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

Definisi 2.1.1

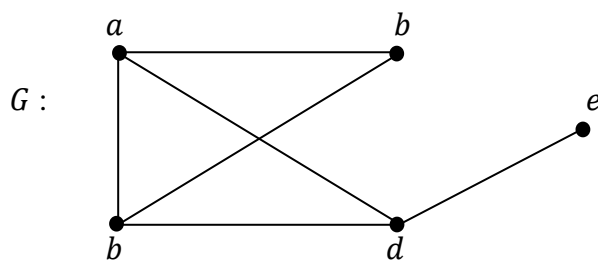
Graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan titik yang tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi (Abdussakir, dkk , 2009).

Perhatikan graf G dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ seperti dibawah ini.

$$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$$

$$E(G) = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (b, c), (d, e)\}$$

Graf G tersebut secara lebih jelas dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 2.1 Graf G

Pada Gambar 2.1 di atas, graf G mempunyai 5 titik dan mempunyai 6 sisi. Graf G dengan himpunan titik dan sisi masing-masing

$$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$$

$$E(G) = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (b, c), (d, e)\}$$

dapat ditulis juga dengan

$$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$$

$$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$$

dengan

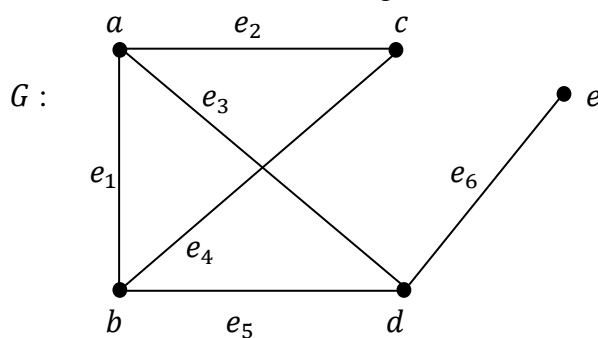
$$e_1 = (a, b) \quad e_4 = (b, d)$$

$$e_2 = (a, c) \quad e_5 = (b, c)$$

$$e_3 = (a, d) \quad e_6 = (d, e) \quad (\text{Abdussakir, dkk, 2009}).$$

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan titik v . Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graf G , maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), sedangkan v dan e serta u dan e disebut terkait langsung (*incident*). Titik u dan v disebut ujung dari e . Dua sisi berbeda e_1 dan e_2 disebut terhubung langsung (*adjacent*), jika terkait langsung pada satu titik yang sama. Untuk selanjutnya, sisi $e = (u, v)$ dapat juga ditulis $e = uv$.

Perhatikan kembali graf G berikut.



Gambar 2.2 Graf G dengan 5 titik dan 6 sisi

Berdasarkan Gambar 2.2 graf G tersebut, maka titik a dan b terhubung langsung, demikian juga dengan a dan c , a dan d , serta d dan e . Titik a dan e tidak terhubung langsung, demikian juga dengan titik b dan e (Abdussakir, dkk, 2009).

Sisi e_1 terkait langsung dengan titik a dan b . Sisi e_2 terkait langsung dengan titik a dan c . Sisi e_1 tidak terkait langsung dengan titik c dan d . Perlu diperhatikan bahwa satu sisi hanya dapat terkait langsung dengan dua titik

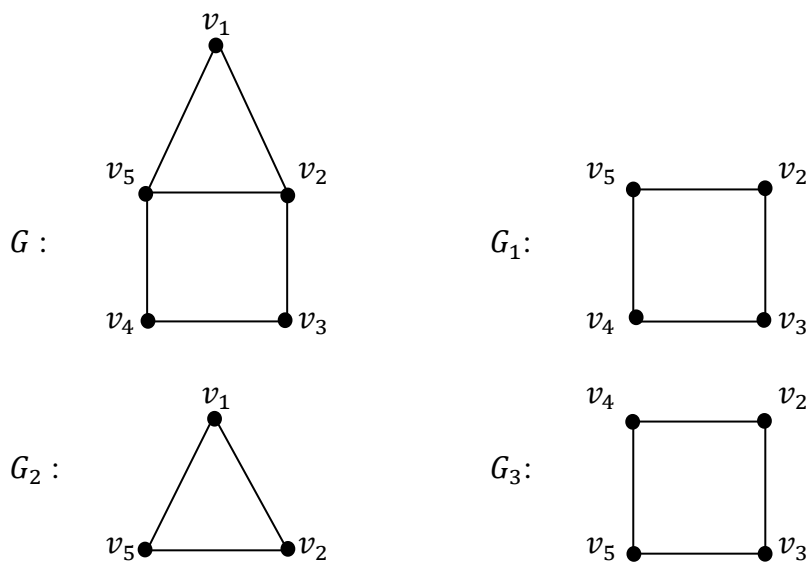
berbeda. Hal ini terjadi karena satu sisi hanya menghubungkan dua titik berbeda. Sisi e_1 dan e_2 terhubung langsung karena terkait langsung pada satu titik yang sama, yaitu titik a . Sisi e_1 dan e_6 tidak terhubung langsung karena tidak terkait langsung pada titik yang sama (Abdussakir, dkk, 2009).

2.2. Subgraf

Definisi 2.2.1

Graf H dikatakan subgraf dari graf G jika setiap titik di H adalah titik di G dan setiap sisi di H adalah sisi di G . Dengan kata lain, graf H adalah subgraf dari G jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Jika H adalah subgraf dari G maka dapat ditulis $H \subseteq G$. Jika H adalah subgraf dari G tetapi $H \neq G$, maka H disebut subgraf sejati dari G , dan ditulis dengan $H \subset G$. Pada kasus H adalah subgraf G , maka G disebut supergraf dari H (Abdussakir, dkk, 2009).

Pada contoh berikut G_1 dan G_2 adalah subgraf dari G sedangkan G_3 bukan subgraf dari G karena ada sisi v_2v_4 di G_3 tetapi v_2v_4 bukan sisi di G .



Gambar 2.3 Subgraf dan bukan subgraf dari Graf G

Definisi 2.2.2

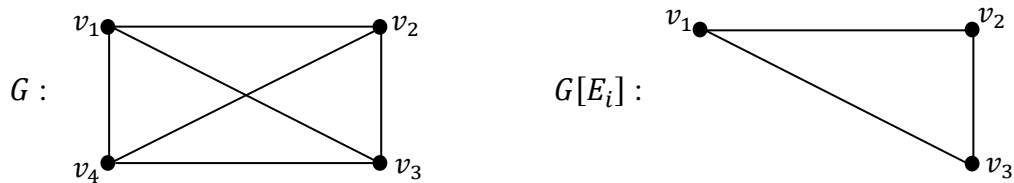
Misalkan $E_i \subset E(G)$, subgraf yang dibangun (diinduksi) oleh E_i dilambangkan dengan $G[E_i]$ adalah sebuah subgraf dari G yang himpunan sisinya adalah E_i dan himpunan titiknya beranggotakan titik yang terkait langsung dengan sisi-sisi di E_i (Budayasa, 2007).

Contoh subgraf yang dibangun (diinduksi) oleh E_i dari graf G

Misalkan $E[G] = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_2v_3, v_2v_4, v_3v_4\}$

$$E_i = \{v_1v_2, v_1v_3, v_2v_3\}$$

Maka $G[E_i]$ adalah sebagaimana gambar dibawah ini



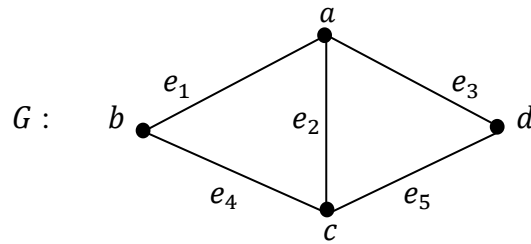
Gambar 2.4 Subgraf yang dibangun (diinduksi) oleh E_i dari graf G

2.3 Derajat Titik

Definisi 2.3.1

Derajat dari titik v di graf G , ditulis dengan $deg_G(v)$ atau bisa dinotasikan dengan $deg(v)$, adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v . Titik yang berderajat genap disebut titik genap dan titik yang berderajat ganjil disebut titik ganjil. Derajat maksimum titik di G dilambangkan dengan $D(G)$ dan derajat minimum titik di G dilambangkan dengan $d(G)$ (Abdussakir, dkk, 2009).

Perhatikan graf G berikut yang mempunyai himpunan titik $V(G) = \{a, b, c, d\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$.



Gambar 2.5 Derajat titik pada graf G

Berdasarkan Gambar 2.5 di atas, maka diperoleh bahwa

$$\deg(a) = 3 \quad \deg(b) = 2 \quad \deg(c) = 3 \quad \deg(d) = 2$$

Dengan demikian derajat maksimum di G adalah $D(G) = 3$ dan derajat minimum di G adalah $d(G) = 2$. Titik b dan d adalah titik genap, titik c dan a adalah titik ganjil (Abdussakir, dkk, 2009).

Definisi 2.3.2

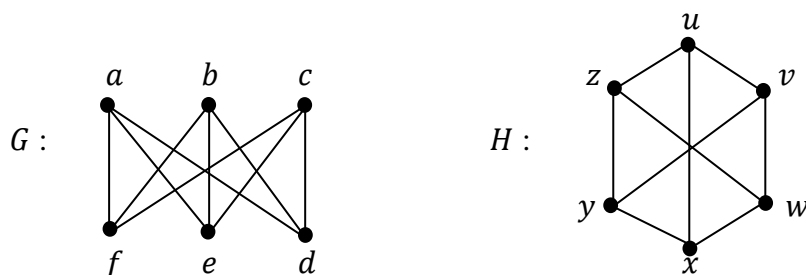
Titik terisolasi (*isolated vertex*) adalah titik yang tidak satupun terhubung langsung dengan titik-titik yang lainnya (Rahmawati, 2014).

2.4 Graf Isomorfik

Definisi 2.4.1

Graf G disebut isomorfik dengan graf H , jika terdapat fungsi ϕ (pemetaan) yang bersifat bijektif dari $V(G)$ ke $V(H)$, yang disebut isomorfisme, yaitu $(uv) \in E(G)$ jika dan hanya jika $\phi(u)\phi(v) \in E(H)$. Jika graf G isomorfik dengan graf H , maka dinotasikan dengan $G \cong H$ (Abdussakir, dkk, 2009).

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 2.6 Graf G isomorfik dengan graf H

Pada Gambar 2.6, $G \cong H$ karena ada pemetaan

$\phi : V(G) \longrightarrow V(H)$ $a \longrightarrow u$ $b \longrightarrow w$ $c \longrightarrow y$ $d \longrightarrow v$ $e \longrightarrow x$ $f \longrightarrow z$	$\phi : E(G) \longrightarrow E(H)$ $af \longrightarrow uz$ $ae \longrightarrow ux$ $ad \longrightarrow uv$ $bf \longrightarrow wz$ $be \longrightarrow wx$ $bd \longrightarrow wv$ $cf \longrightarrow yz$ $ce \longrightarrow yx$ $cd \longrightarrow yv$
--	---

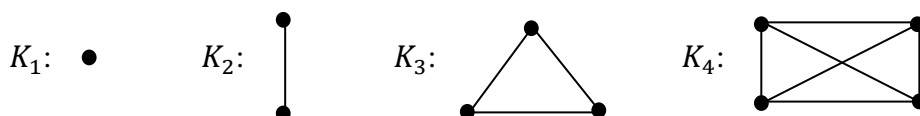
Maka graf G dan H dapat dikatakan graf isomorfik, karena tetap terjaga keterhubungannya.

2.5 Graf Komplit

Definisi 2.5.1

Graf komplit (*complete*) adalah graf yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung (*adjacent*). Graf komplit dengan n titik dinyatakan dengan K_n (Wilson, dkk, 1990).

Contoh gambar graf komplit adalah sebagai berikut :



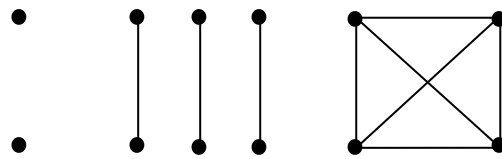
Gambar 2.7 Graf komplit K_1, K_2, K_3 dan K_4

2.6 Operasi pada Graf

Definisi 2.6.1

Gabungan (*union*) dari G_1 dan G_2 , dapat ditulis $G = G_1 \cup G_2$, adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$. Jika G merupakan gabungan dari sebanyak n graf H , $n \geq 2$, maka ditulis $G = nH$ (Abdussakir, dkk, 2009).

Misalnya graf $2K_1 \cup 3K_2 \cup K_4$ dapat digambarkan sebagai berikut.

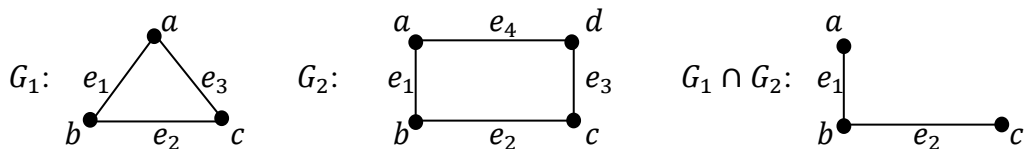


Gambar 2.8 Gabungan graf dari graf $2K_1 \cup 3K_2 \cup K_4$

Definisi 2.6.2

Irisan (*Intersection*) dari G_1 dan G_2 , dapat dituliskan $G = G_1 \cap G_2$, adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cap V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cap E(G_2)$ (Marsudi, 2016).

Misalnya graf $G_1 \cap G_2$ dapat digambarkan sebagai berikut.

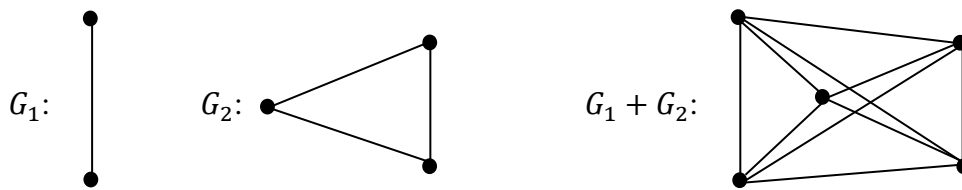


Gambar 2.9 Irisan dari graf $G_1 \cap G_2$

Definisi 2.6.3

Penjumlahan (*join*) dari G_1 dan G_2 , ditulis $G = G_1 + G_2$, adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv | u \in V(G_1) \text{ dan } v \in V(G_2)\}$. Menggunakan operasi penjumlahan, maka jelas bahwa $K_{m,n} \cong K_m + K_n$ (Abdussakir, dkk, 2009).

Berikut ini adalah contoh operasi penjumlahan dua graf.



Gambar 2.10 Penjumlahan graf dari graf $G_1 + G_2$

2.7 Partisi

Definisi 2.7.1

Misalkan V_1, V_2, \dots, V_n adalah subhimpunan dari himpunan titik $V(G)$ pada suatu graf G . Untuk setiap i , himpunan V_i disebut partisi dari $V(G)$ jika

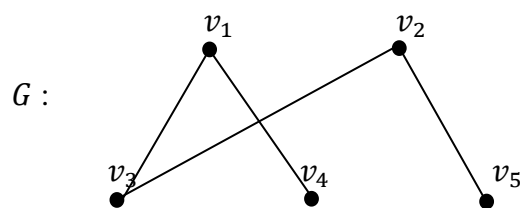
- $V_i \neq \emptyset$,
- $V(G) = \bigcup_{i=1}^n V_i$, serta
- $V_i \cap V_j = \emptyset$ untuk $i \neq j$ (Hasmawati, 2013)

2.8 Graf Bipartisi

Definisi 2.8.1

Graf G dikatakan bipartisi jika $V(G)$ dapat dipartisi menjadi $V(G) = A \cup B$ dengan $A \cap B = \emptyset$ dan untuk setiap $uv \in E(G)$ berlaku salah satu $u \in A$ dan $v \in B$ atau $u \in B$ dan $v \in A$. Sehingga himpunan titik dalam satu partisi tidak boleh terhubung langsung (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Contoh gambar graf bipartisi :



Gambar 2.11 Graf bipartisi

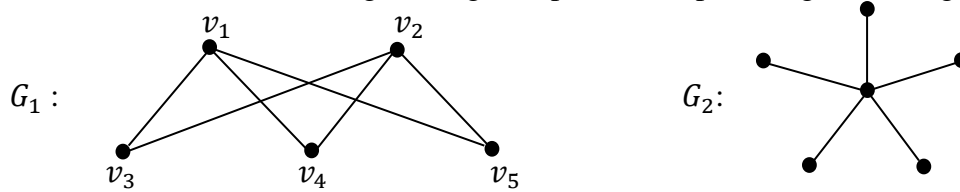
Berdasarkan Gambar 2.11, maka graf G dapat dipartisi menjadi dua himpunan, yaitu $A = \{v_1, v_2\}$ dan $B = \{v_3, v_4, v_5\}$. Sehingga masing-masing sisi di G terkait langsung dengan titik di A dan titik di B .

2.9 Graf Bipartisi Komplit

Definisi 2.9.1

Graf G disebut graf bipartisi komplit jika G adalah graf bipartisi dan komplit. Graf bipartisi komplit yang masing-masing partisi memuat titik m dan titik n dilambangkan dengan $K_{(m,n)}$. Graf bipartisi komplit $K_{(1,n)}$ disebut dengan graf bintang dan dinotasikan dengan S_n (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Perhatikan contoh gambar graf bipartisi komplit dan graf bintang berikut:



Gambar 2.12 G_1 adalah graf bipartisi lengkap dan G_2 adalah graf bintang

Berdasarkan Gambar 2.12 maka G_1 adalah graf bipartisi komplit $K_{2,3}$ dengan partisi $V_1 = \{v_1, v_2\}$ dan $V_2 = \{v_3, v_4, v_5\}$, sedangkan G_2 adalah graf komplit $K_{1,5}$ atau graf bintang S_5 .

2.10 Graf Kincir W_2^m

Definisi 2.10.1

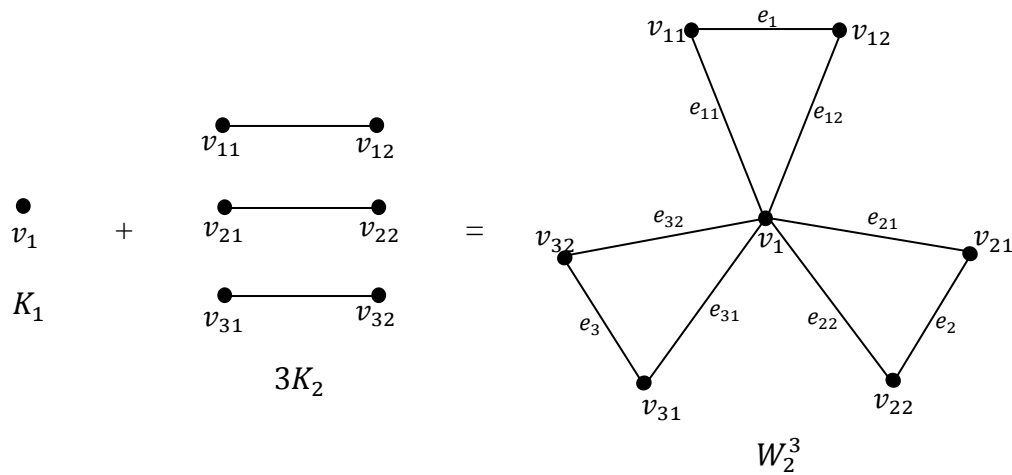
Graf kincir yang dibangun dengan K_1 dan mK_2 dinotasikan dengan W_2^m adalah graf yang menghubungkan semua titik $mK_2 = \underbrace{K_2 \cup K_2 \cup \dots \cup K_2}_m$ dengan suatu titik yang disebut dengan titik pusat. Operasi penjumlahan graf komplit K_1

dan mK_2 , secara matematis dinotasikan dengan $W_2^m = K_1 + mK_2$. Titik pusat pada graf kincir W_2^m adalah titik dari graf komplit K_1 (Pratama, 2014).

Graf kincir W_2^m merupakan graf bipartisi dan komplit, yang memuat partisi titik K_1 dan titik mK_2 . Sehingga graf kincir W_2^m juga dapat disebut dengan graf bipartisi komplit.

Contoh 2.10.1

Operasi penjumlahan graf komplit $K_1 + 3K_2 = W_2^3$. Maka graf kincir W_2^3 adalah sebagaimana gambar di bawah ini



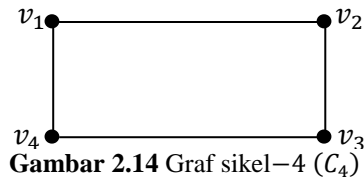
Gambar 2.13 Graf kincir W_2^3 .

2.11 Graf Sikel

Definisi 2.11.1

Graf sikel (C_n) adalah graf terhubung dengan n titik yang setiap titiknya berderajat 2. Sikel adalah jalan tertutup dengan barisan titik yang berbeda. Sikel dengan panjang n disebut sikel- n . Panjang sikel pada sebuah graf paling kecil adalah 3 (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Contoh 2.11.1



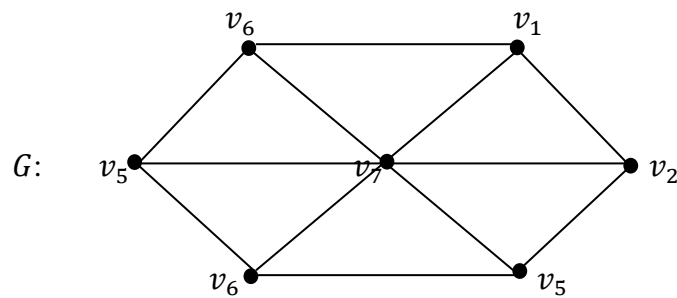
Gambar 2.14 Graf siklus-4 (C_4)

2.12 Dekomposisi Graf

Definisi 2.12.1

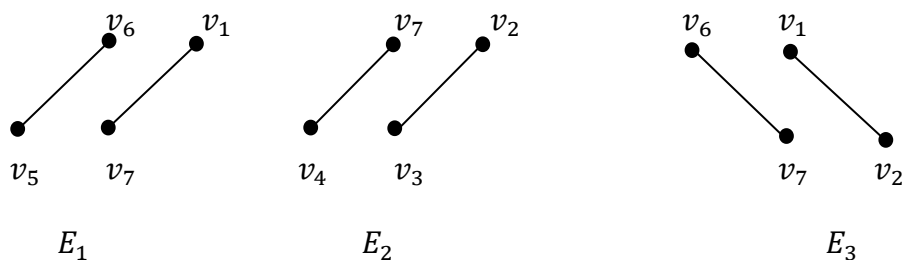
Dekomposisi graf G adalah kumpulan atau koleksi subgraf $\{H_i\}_{i=1}^n$ dari graf G sedemikian hingga $H_i = G[E_i]$ untuk suatu E_i subset dari $E(G)$, dan $\{E_i\}_{i=1}^n$ adalah partisi dari $E(G)$. Subgraf H_i pada dekomposisi G tidak memuat titik terisolasi. Jika $\{H_i\}_{i=1}^n$ adalah dekomposisi dari G maka dapat dituliskan sebagai $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus \dots \oplus H_n$. Jika $\{H_i\}_{i=1}^n$ adalah dekomposisi graf G dan $H_i \cong H$ untuk suatu H dan untuk setiap i , maka G dikatakan H -dekomposisi (Chartrand dan Lesniak, 1986).

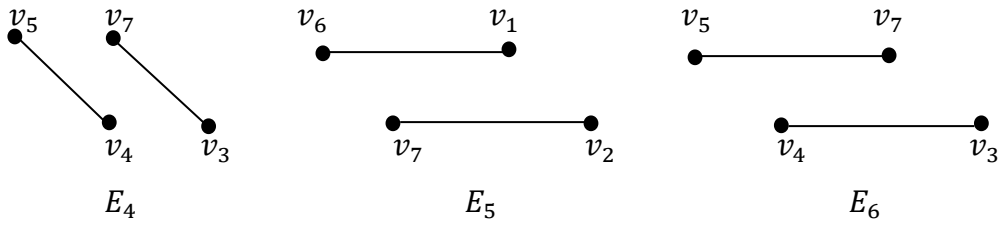
Perhatikan contoh graf G berikut ini.



Gambar 2.15 Graf G

Berikut adalah suatu partisi sisi-sisi dari graf G :





Gambar 2.16 Partisi sisi-sisi graf G

Dari Gambar 2.16 di atas, terlihat bahwa diperoleh suatu partisi dari $E(G)$, yaitu $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ dengan

$$E_1 = \{v_6v_5, v_1v_7\}$$

$$E_2 = \{v_7v_4, v_2v_3\}$$

$$E_3 = \{v_6v_7, v_1v_2\}$$

$$E_4 = \{v_5v_4, v_7v_3\}$$

$$E_5 = \{v_6v_1, v_7v_2\}$$

$$E_6 = \{v_5v_7, v_4v_3\}$$

Selanjutnya dibentuk subgraf H_i yang dibangun (diinduksi) oleh E_i untuk $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, maka

$$H_1 = G[E_1] = G[\{v_6v_5, v_1v_7\}]$$

$$H_2 = G[E_2] = G[\{v_7v_4, v_2v_3\}]$$

$$H_3 = G[E_3] = G[\{v_6v_7, v_1v_2\}]$$

$$H_4 = G[E_4] = G[\{v_5v_4, v_7v_3\}]$$

$$H_5 = G[E_5] = G[\{v_6v_1, v_7v_2\}]$$

$$H_6 = G[E_6] = G[\{v_5v_7, v_4v_3\}]$$

Subgraf H_i tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi dari $\{H_i\}_{i=1}^6$ memenuhi definisi dekomposisi graf, sehingga G dapat didekomposisikan. Jika $\{H_i\}_{i=1}^6$ adalah dekomposisi dari G maka dapat dituliskan sebagai

$$G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6$$

Jika $\{H_i\}_{i=1}^6$ adalah dekomposisi graf G dan $H_i \cong 2K_2$ untuk setiap i , maka graf G dikatakan $2K_2$ –dekomposisi.

2.13 Kajian Agama

Salah satu keistimewaan Al-Qur'an yang paling utama adalah hubungannya dengan ilmu pengetahuan. Salah satu ilmu pengetahuan yang dapat diintegrasikan dari Al-Qur'an adalah ilmu matematika. Pada ilmu matematika, salah satu topik yang dibahas di dalam ilmu matematika adalah teori graf.

Teori graf adalah salah satu cabang dari matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh seorang matematikawan Swiss yang bernama Leonard Euler pada tahun 1736, sebagai upaya menyelesaikan masalah jembatan Königsberg yang tercatat dalam sejarah untuk pertama kali menggunakan graf. Teori graf banyak dijadikan model dalam memecahkan masalah yang ada di kehidupan sehari-hari.

Pada surat Al Insyirah ayat 5-6, Allah mengatakan bahwa sesungguhnya disetiap kesulitan itu ada kemudahan. Sehingga pada suatu permasalahan yang besar terdapat solusi (kemudahan) untuk menyelesaikannya. Suatu permasalahan yang besar itu terdiri dari beberapa hal yang kecil, maka untuk menyelesaikan suatu permasalahannya yang besar kita bisa memahami karakteristiknya terlebih dahulu dengan cara dipecah-pecah. Salah satunya dengan menggunakan konsep dekomposisi. Dekomposisi adalah proses perubahan suatu objek menjadi bentuk yang lebih kecil (sederhana). Hasil dekomposisi dari suatu objek ialah suatu bentuk yang lebih kecil (sederhana) dari suatu objek tersebut, dimana bentuk yang

lebih kecil (sederhana) tersebut merupakan suatu partisi dari suatu objek yang didekomposisikan.

Pada surat An Nuur ayat 45 :

وَاللَّهُ خَلَقَ كُلَّ دَابَّةٍ مِنْ مَّاءٍ ۖ فَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ بَطْنِهِ ۚ وَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ رِجْلَيْنِ وَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ أَرْبَعٍ ۚ يَخْلُقُ اللَّهُ مَا يَشَاءُ ۚ إِنَّ اللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ

Artinya : ”Dan Allah telah menciptakan semua jenis hewan dari air, maka sebagian dari hewan itu ada yang berjalan di atas perutnya dan sebagian berjalan dengan dua kaki, sedang sebagian (yang lain) berjalan dengan empat kaki. Allah menciptakan apa yang dikehendaki-Nya, sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu”. (QS. An Nuur (24) : 45).

Allah menyebutkan kekuasaan-Nya yang Maha Sempurna atas kerajaan-Nya Yang Maha Agung dengan menciptakan berbagai jenis hewan dalam bentuk, rupa, warna dan gerak-gerik yang berbeda dari satu unsur yang sama, yaitu air (Ibnu Katsir, 2003).

Firman Allah, (فَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ بَطْنِهِ) “Sebagian dari hewan itu ada yang berjalan di atas perutnya,” seperti ular dan sejenisnya. Firman Allah, (وَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ رِجْلَيْنِ) “sebagian berjalan dengan dua kaki,” seperti burung dan sejenisnya. Firman Allah (وَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ أَرْبَعٍ) “sedang sebagian (yang lain) berjalan dengan empat kaki,” seperti hewan ternak dan binatang-binatang lainnya. Oleh sebab itu, Allah berfirman, (يَخْلُقُ اللَّهُ مَا يَشَاءُ) “Allah menciptakan apa yang dikehendaki-Nya,” yakni menciptakan dengan kekuasaan-Nya, karena apa yang dikehendaki-Nya pasti terjadi dan apa yang tidak dikehendaki-Nya pasti tidak akan terjadi. Oleh karena itu, Allah menutup dengan firman-Nya, (إِنَّ اللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ) “sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu” (Abdullah, 2003).

Berdasarkan uraian di atas, Al-Qur'an berbicara mengenai pengelompokkan objek-objek menjadi beberapa bagian kelompok. Dalam surat An Nuur tersebut, terdapat konsep matematika yang terkandung di dalamnya yaitu tentang suatu partisi. Partisi adalah pembagian suatu objek kedalam beberapa bagian dengan tujuan tertentu.

Pada uraian di atas juga sudah dijelaskan bahwa pada surat An Nuur terdapat beberapa kelompok hewan. Kelompok hewan yang berjalan di atas perutnya, yang artinya hewan tersebut tidak berjalan dengan dua kaki atau empat kaki. Maka tidak ada hewan di dalam kelompok hewan yang berjalan di atas perutnya tetapi dia juga berada di dalam kelompok hewan berjalan dengan dua kaki serta berada di dalam kelompok hewan berjalan dengan empat kaki.

Kelompok hewan berjalan dengan dua kaki, yang artinya hewan tersebut tidak berjalan di atas perutnya dan tidak berjalan dengan empat kaki. Maka tidak ada hewan di dalam kelompok hewan yang berjalan dengan dua kaki tetapi dia juga berada di dalam kelompok hewan berjalan di atas perutnya serta berada di dalam kelompok hewan berjalan dengan empat kaki.

Begitupun juga dengan kelompok hewan yang berjalan dengan empat kaki, yang artinya hewan tersebut tidak berjalan di atas perutnya dan tidak berjalan dengan dua kaki atau lebih. Maka tidak ada hewan di dalam kelompok hewan yang berjalan dengan empat kaki tetapi dia juga berada di dalam kelompok hewan berjalan di atas perutnya serta berada di dalam kelompok hewan berjalan dengan dua kaki.

Dengan demikian, setiap satu kelompok hewan pasti ada seekor hewan yang berada di dalam kelompok tersebut (kelompoknya tidak kosong), dan tidak

ada seekor hewan yang berada dalam satu kelompok hewan tetapi dia juga berada di dalam kelompok hewan lainnya. Sehingga hewan yang berjalan di atas perutnya, hewan yang berjalan dengan dua kaki, dan hewan yang berjalan dengan empat kaki merupakan partisi dari himpunan hewan.

BAB III

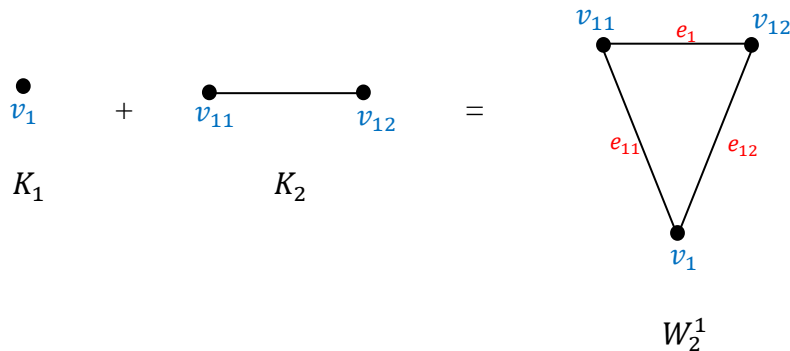
PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas tentang dekomposisi suatu graf yaitu dekomposisi graf kincir W_2^m .

3.1 Dekomposisi Graf Kincir W_2^m

3.1.1 Dekomposisi Graf Kincir W_2^1

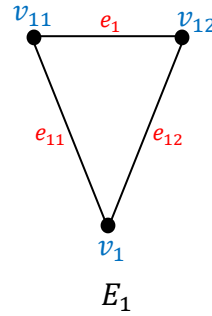
Graf kincir W_2^1 dibangun oleh graf komplit K_2 yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit K_1 . Operasi penjumlahan graf komplit $K_1 + K_2 = W_2^1$. Maka graf kincir W_2^1 adalah sebagaimana gambar berikut ini :



Gambar 3.1 Graf kincir W_2^1 .

Graf kincir W_2^1 pada Gambar 3.1 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir W_2^1 adalah $V(W_2^1) = \{v_1, v_{11}, v_{12}\}$ dan himpunan sisi $E(W_2^1) = \{e_1, e_{11}, e_{12}\}$.

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir W_2^1



Gambar 3.2 Partisi sisi graf kincir W_2^1

Dari Gambar 3.2, terlihat bahwa diperoleh 1 partisi dari $E(W_2^1)$, yaitu E_1 dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf H_1 yang dibangun (diinduksi) oleh E_1 , maka

$$H_1 = W_2^1[E_1] = W_2^1[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}].$$

Subgraf H_1 tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi H_1 memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir W_2^1 dapat didekomposisikan. Karena H_1 adalah dekomposisi dari graf kincir W_2^1 maka dapat dituliskan sebagai

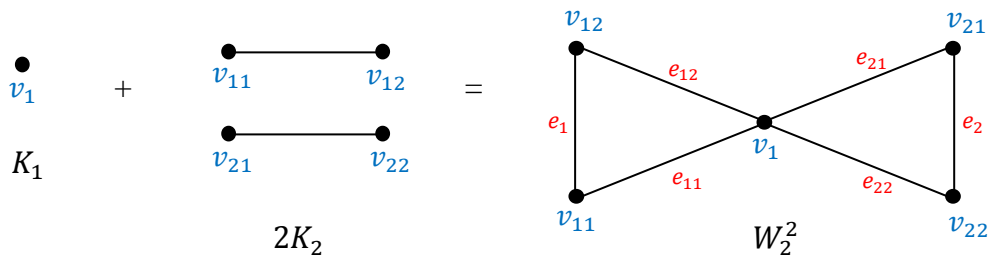
$$W_2^1 = H_1.$$

Karena setiap titik pada koleksi H_1 berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi H_1 adalah 3, maka $H_1 \cong C_3$.

Jadi, karena H_1 adalah dekomposisi graf kincir W_2^1 dan $H_1 \cong C_3$, maka graf kincir W_2^1 merupakan C_3 –dekomposisi.

3.1.2 Dekomposisi Graf Kincir W_2^2

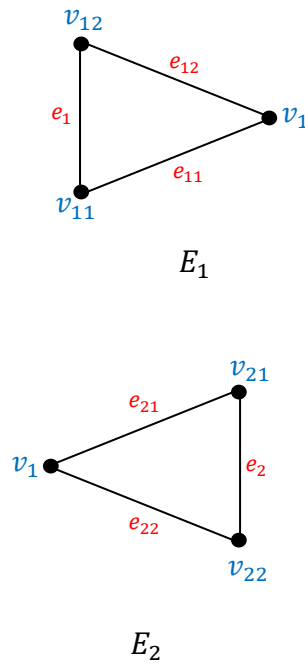
Graf kincir W_2^2 dibangun oleh graf komplit $2K_2$ yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit K_1 . Operasi penjumlahan graf komplit $K_1 + 2K_2 = W_2^2$. Maka graf kincir W_2^2 adalah sebagaimana gambar berikut ini :



Gambar 3.3 Graf kincir W_2^2 .

Graf kincir W_2^2 pada Gambar 3.3 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir W_2^2 adalah $V(W_2^2) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}\}$ dan himpunan sisi $E(W_2^2) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}\}$.

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir W_2^2



Gambar 3.4 Partisi sisi graf kincir W_2^2

Dari Gambar 3.4, terlihat bahwa diperoleh 2 partisi dari $E(W_2^2)$, yaitu E_1 dan E_2 dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf H_i yang dibangun (diinduksi) oleh E_i untuk $i = 1, 2$, maka

$$H_1 = W_2^2[E_1] = W_2^2[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^2[E_1] = W_2^2[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}].$$

Subgraf H_i tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi $\{H_i\}_{i=1}^2$ memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir W_2^2 dapat didekomposisikan. Karena $\{H_i\}_{i=1}^2$ adalah dekomposisi dari graf kincir W_2^2 maka dapat dituliskan sebagai

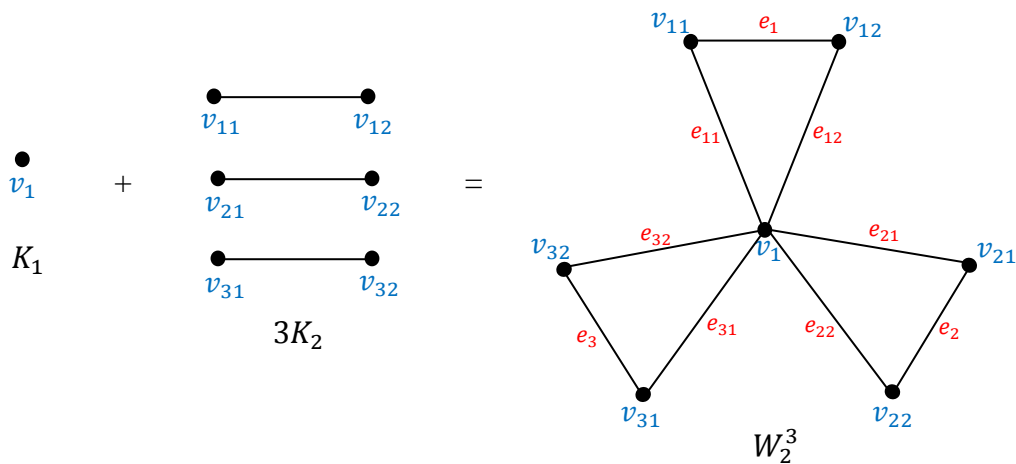
$$W_2^2 = H_1 \oplus H_2.$$

Karena setiap titik pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^2$ berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^2$ adalah 3, maka $H_i \cong C_3$.

Jadi, karena $\{H_i\}_{i=1}^2$ adalah dekomposisi graf kincir W_2^2 dan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i , maka graf kincir W_2^2 merupakan C_3 –dekomposisi.

3.1.3 Dekomposisi Graf Kincir W_2^3

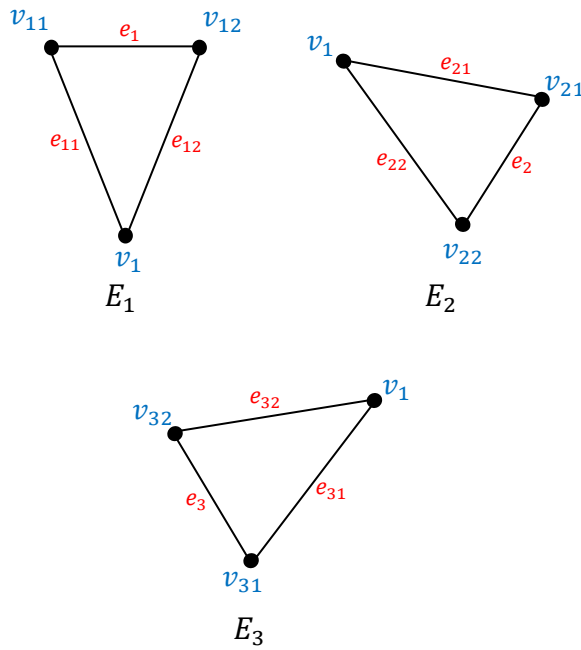
Graf kincir W_2^3 dibangun oleh graf komplit $3K_2$ yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit K_1 . Operasi penjumlahan graf komplit $K_1 + 3K_2 = W_2^3$. Maka graf kincir W_2^3 adalah sebagaimana gambar berikut ini :



Gambar 3.5 Graf kincir W_2^3

Graf kincir W_2^3 pada Gambar 3.5 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir W_2^3 adalah $V(W_2^3) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, v_{31}, v_{32}\}$ dan himpunan sisi pada graf kincir W_2^3 adalah $E(W_2^3) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, e_3, e_{31}, e_{32}\}$.

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir W_2^3



Gambar 3.6 Partisi sisi graf kincir W_2^3

Dari Gambar 3.6, terlihat bahwa diperoleh 3 partisi dari $E(W_2^3)$, yaitu E_1, E_2, E_3 dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\},$$

$$E_3 = \{e_3, e_{31}, e_{32}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf H_i yang dibangun (diinduksi) oleh E_i untuk $i = 1, 2, 3$, maka

$$H_1 = W_2^3[E_1] = W_2^3[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^3[E_2] = W_2^3[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}],$$

$$H_3 = W_2^3[E_3] = W_2^3[\{e_3, e_{31}, e_{32}\}].$$

Subgraf H_i tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi $\{H_i\}_{i=1}^3$ memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir W_2^3 dapat didekomposisikan. Karena $\{H_i\}_{i=1}^3$ adalah dekomposisi dari graf kincir W_2^3 maka dapat dituliskan sebagai

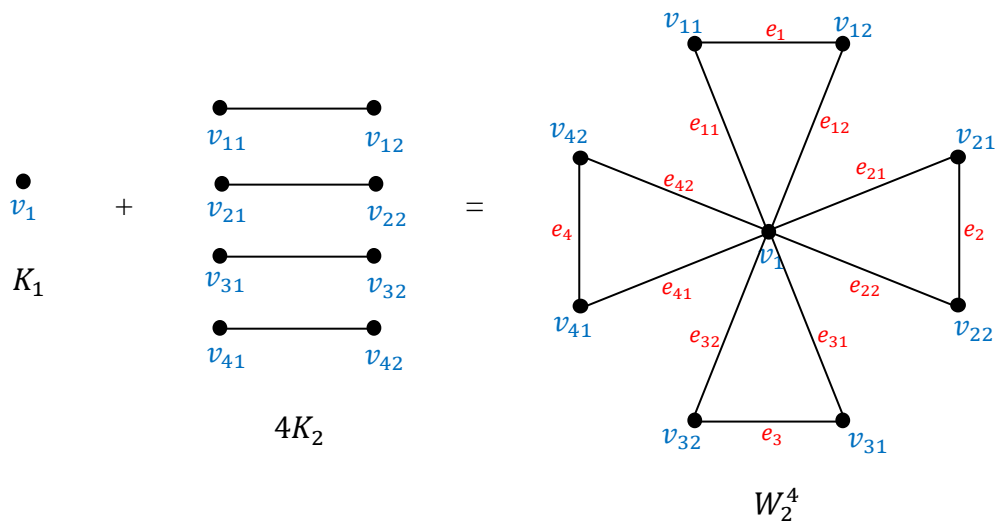
$$W_2^3 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3.$$

Karena setiap titik pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^3$ berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^3$ adalah 3, maka $H_i \cong C_3$.

Jadi, karena $\{H_i\}_{i=1}^3$ adalah dekomposisi graf kincir W_2^3 dan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i , maka graf kincir W_2^3 merupakan C_3 –dekomposisi.

3.1.4 Dekomposisi Graf Kincir W_2^4

Graf kincir W_2^4 dibangun oleh graf komplit $4K_2$ yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit K_1 . Operasi penjumlahan graf komplit $K_1 + 4K_2 = W_2^4$. Maka graf kincir W_2^4 adalah sebagaimana gambar berikut ini :

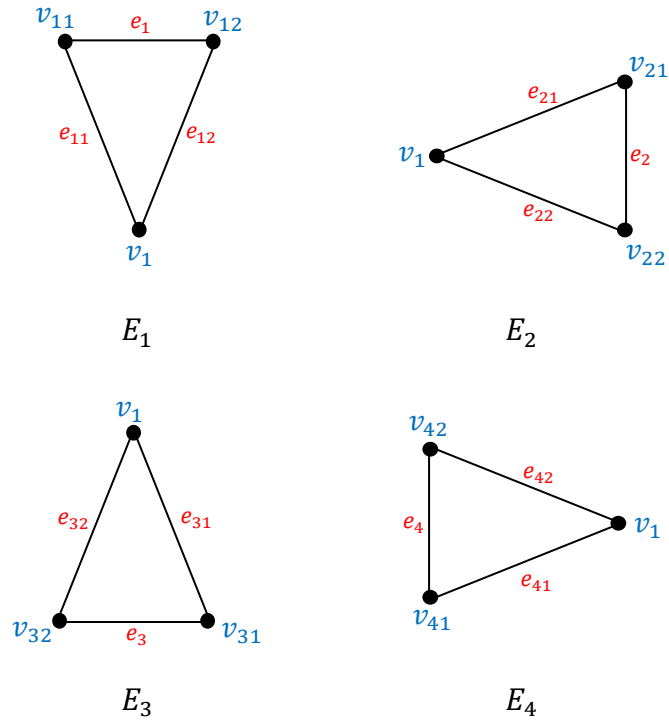


Gambar 3.7 Graf kincir W_2^4 .

Graf kincir W_2^4 pada Gambar 3.7 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir W_2^4 adalah $V(W_2^4) =$

$\{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, v_{31}, v_{32}, v_{41}, v_{42}\}$ dan himpunan sisi pada graf kincir W_2^4 adalah $E(W_2^4) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, e_3, e_{31}, e_{32}, e_4, e_{41}, e_{42}\}$.

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir W_2^4



Gambar 3.8 Partisi sisi graf kincir W_2^4

Dari Gambar 3.8, terlihat bahwa diperoleh 4 partisi dari $E(W_2^4)$, yaitu

E_1, E_2, E_3, E_4 dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\},$$

$$E_3 = \{e_3, e_{31}, e_{32}\},$$

$$E_4 = \{e_4, e_{41}, e_{42}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf H_i yang dibangun (diinduksi) oleh E_i untuk $i = 1, 2, 3, 4$, maka

$$H_1 = W_2^4[E_1] = W_2^4[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^4[E_2] = W_2^4[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}],$$

$$H_3 = W_2^4[E_3] = W_2^4[\{e_3, e_{31}, e_{32}\}],$$

$$H_4 = W_2^4[E_4] = W_2^4[\{e_4, e_{41}, e_{42}\}].$$

Subgraf H_i tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi $\{H_i\}_{i=1}^4$ memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir W_2^4 dapat didekomposisikan. Karena $\{H_i\}_{i=1}^4$ adalah dekomposisi dari graf kincir W_2^4 maka dapat dituliskan sebagai

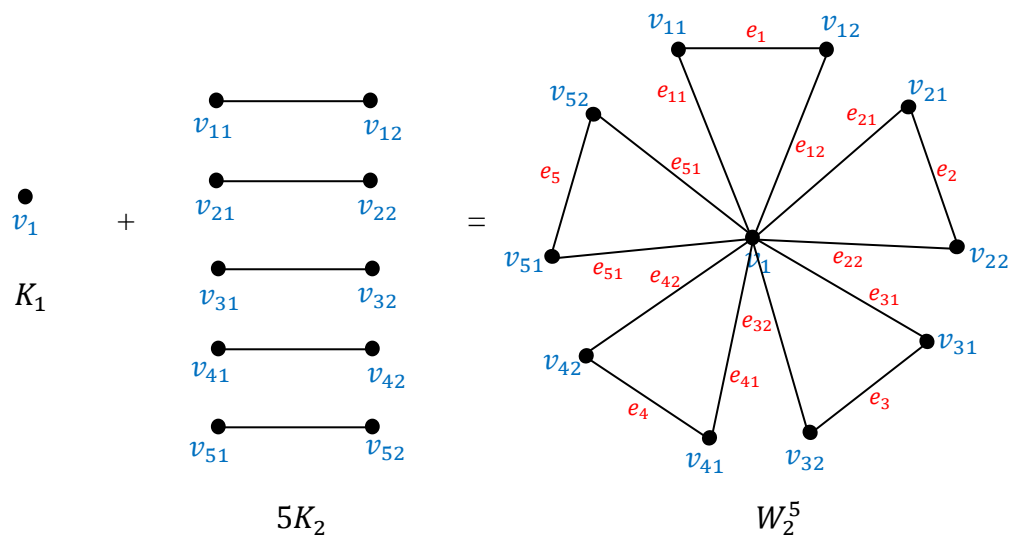
$$W_2^4 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4.$$

Karena setiap titik pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^4$ berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^4$ adalah 3, maka $H_i \cong C_3$.

Jadi, karena $\{H_i\}_{i=1}^4$ adalah dekomposisi graf kincir W_2^4 dan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i , maka graf kincir W_2^4 merupakan C_3 –dekomposisi.

3.1.5 Dekomposisi Graf Kincir W_2^5

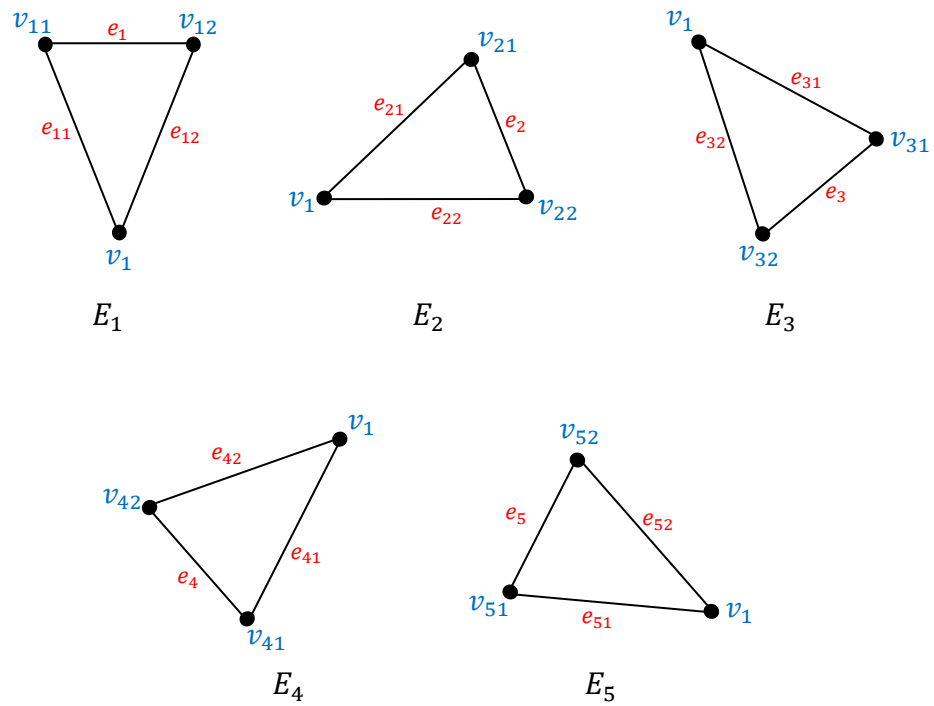
Graf kincir W_2^5 dibangun oleh graf komplit $5K_2$ yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit K_1 . Operasi penjumlahan graf komplit $K_1 + 5K_2 = W_2^5$. Maka graf kincir W_2^5 adalah sebagaimana gambar berikut ini :



Gambar 3.9 Graf kincir W_2^5 .

Graf kincir W_2^5 pada Gambar 3.9 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir W_2^5 adalah $V(W_2^5) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, v_{31}, v_{32}, v_{41}, v_{42}, v_{51}, v_{52}\}$ dan himpunan sisinya adalah $E(W_2^5) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, e_3, e_{31}, e_{32}, e_4, e_{41}, e_{42}, e_5, e_{51}, e_{52}\}$.

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir W_2^5



Gambar 3.10 Partisi sisi graf kincir W_2^5

Dari Gambar 3.10, terlihat bahwa diperoleh 5 partisi dari $E(W_2^5)$, yaitu E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\},$$

$$E_3 = \{e_3, e_{31}, e_{32}\},$$

$$E_4 = \{e_4, e_{41}, e_{42}\},$$

$$E_5 = \{e_5, e_{51}, e_{52}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf H_i yang dibangun (diinduksi) oleh E_i untuk $i = 1, 2, 3, 4, 5$, maka

$$H_1 = W_2^5[E_1] = W_2^5[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^5[E_2] = W_2^5[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}],$$

$$H_3 = W_2^5[E_3] = W_2^5[\{e_3, e_{31}, e_{32}\}],$$

$$H_4 = W_2^5[E_4] = W_2^5[\{e_4, e_{41}, e_{42}\}],$$

$$H_5 = W_2^5[E_5] = W_2^5[\{e_5, e_{51}, e_{52}\}].$$

Subgraf H_i tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi $\{H_i\}_{i=1}^5$ memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir W_2^5 dapat didekomposisikan. Karena $\{H_i\}_{i=1}^5$ adalah dekomposisi dari graf kincir W_2^5 maka dapat dituliskan sebagai

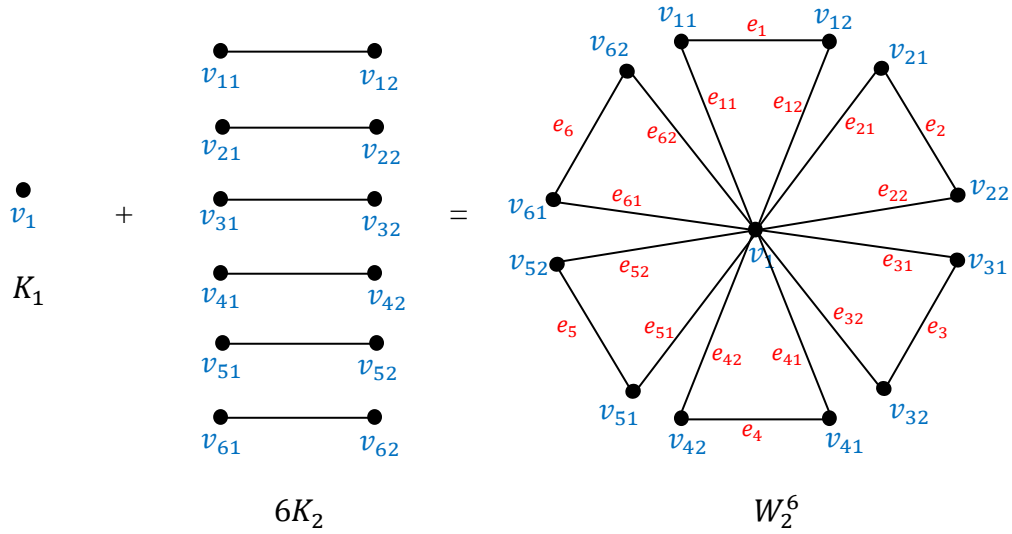
$$W_2^5 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5.$$

Karena setiap titik pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^5$ berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^5$ adalah 3, maka $H_i \cong C_3$.

Jadi, karena $\{H_i\}_{i=1}^5$ adalah dekomposisi graf kincir W_2^5 dan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i , maka graf kincir W_2^5 merupakan C_3 –dekomposisi.

3.1.6 Dekomposisi Graf Kincir W_2^6

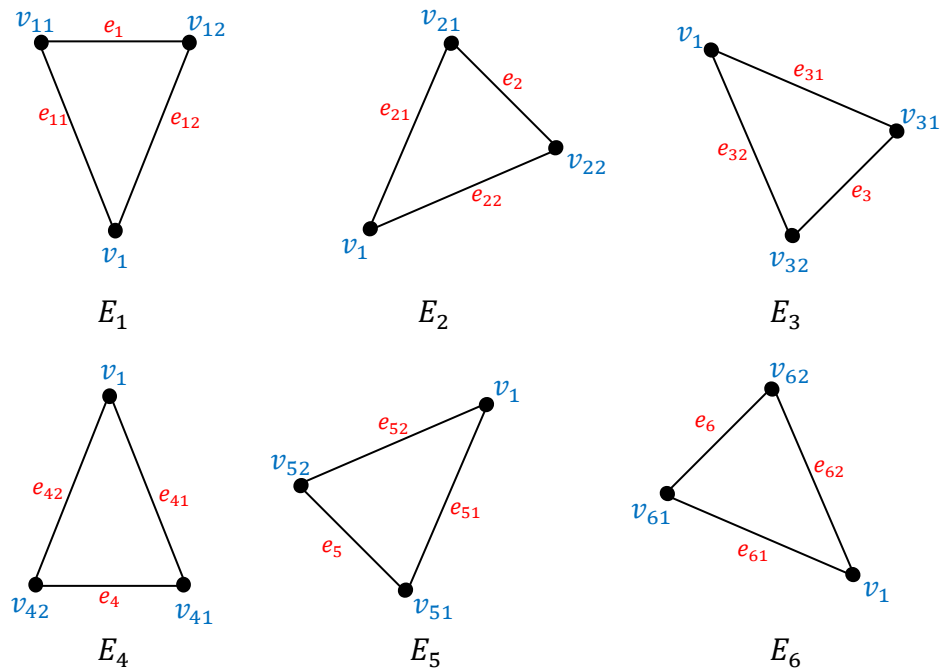
Graf kincir W_2^6 dibangun oleh graf komplit $6K_2$ yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit K_1 . Operasi penjumlahan graf komplit $K_1 + 6K_2 = W_2^6$. Maka graf kincir W_2^6 adalah sebagaimana gambar berikut ini :



Gambar 3.11 Graf kincir W_2^6 .

Graf kincir W_2^6 pada Gambar 3.11 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir W_2^6 adalah $V(W_2^6) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, v_{31}, v_{32}, v_{41}, v_{42}, v_{51}, v_{52}, v_{61}, v_{62}\}$ dan himpunan sisi pada graf kincir W_2^6 adalah $E(W_2^6) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, e_3, e_{31}, e_{32}, e_4, e_{41}, e_{42}, e_5, e_{51}, e_{52}, e_6, e_{61}, e_{62}\}$.

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir W_2^6



Gambar 3.12 Partisi sisi graf kincir W_2^6

Dari Gambar 3.12, terlihat bahwa diperoleh 6 partisi dari $E(W_2^6)$, yaitu

$E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\},$$

$$E_3 = \{e_3, e_{31}, e_{32}\},$$

$$E_4 = \{e_4, e_{41}, e_{42}\},$$

$$E_5 = \{e_5, e_{51}, e_{52}\},$$

$$E_6 = \{e_6, e_{61}, e_{62}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf H_i yang dibangun (diinduksi) oleh E_i untuk $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, maka

$$H_1 = W_2^6[E_1] = W_2^6[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^6[E_2] = W_2^6[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}],$$

$$H_3 = W_2^6[E_3] = W_2^6[\{e_3, e_{31}, e_{32}\}],$$

$$H_4 = W_2^6[E_4] = W_2^6[\{e_4, e_{41}, e_{42}\}],$$

$$H_5 = W_2^6[E_5] = W_2^6[\{e_5, e_{51}, e_{52}\}],$$

$$H_6 = W_2^6[E_6] = W_2^6[\{e_6, e_{61}, e_{62}\}].$$

Subgraf H_i tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi $\{H_i\}_{i=1}^6$ memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir W_2^6 dapat didekomposisikan. Karena $\{H_i\}_{i=1}^6$ adalah dekomposisi dari graf kincir W_2^6 maka dapat dituliskan sebagai

$$W_2^6 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6.$$

Karena setiap titik pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^6$ berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^6$ adalah 3, maka $H_i \cong C_3$.

Jadi, karena $\{H_i\}_{i=1}^6$ adalah dekomposisi graf kincir W_2^6 dan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i , maka graf kincir W_2^6 merupakan C_3 -dekomposisi.

3.1.7 Dekomposisi Graf Kincir W_2^m

Berdasarkan Definisi 2.10.1 dan penggambaran graf kincir W_2^m , untuk $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, maka diperoleh titik dan sisi dari graf kincir W_2^m , yaitu sebagai berikut :

Tabel 3.1 Titik dan Sisi Graf Kincir W_2^m

m	Graf Kincir W_2^m	$ V(W_2^m) $	$ E(W_2^m) $
1	W_2^1	3	3
2	W_2^2	5	6
3	W_2^3	7	9
4	W_2^4	9	12
5	W_2^5	11	15
6	W_2^6	13	18
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
m	W_2^m	$2m + 1$	$3m$

Berdasarkan Definisi 2.12.1 dan pendekomposisian graf kincir W_2^m , untuk $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, maka diperoleh dugaan dekomposisi graf kincir W_2^m dengan m adalah bilangan asli, sebagai berikut :

Tabel 3.2 Dekomposisi Graf kincir W_2^m

m	Graf Kincir W_2^m	Dekomposisi	$ V(H_i) $	$ E(H_i) $
1	W_2^1	$W_2^1 = H_1$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i	3	3
2	W_2^2	$W_2^2 = H_1 \oplus H_2$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i	3	3

3	W_2^3	$W_2^3 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i	3	3
4	W_2^4	$W_2^4 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i	3	3
5	W_2^5	$W_2^5 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i	3	3
6	W_2^6	$W_2^6 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i	3	3
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
m	W_2^m	$W_2^m = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus \dots \oplus H_m$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i	3	3

Sehingga, berdasarkan Tabel 3.2, maka diperoleh teorema sebagai berikut :

Teorema 3.1

Misalkan m bilangan asli, maka graf kincir W_2^m merupakan C_3 – dekomposisi.

Bukti

Ambil sebarang m adalah bilangan asli, maka akan ditunjukkan bahwa graf kincir

W_2^m merupakan C_3 – dekomposisi.

Misalkan $V(W_2^m) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, \dots, v_{m1}, v_{m2}\}$

$$E(W_2^m) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, \dots, e_m, e_{m1}, e_{m2}\}$$

dengan

$$e_i = (v_{i2}, v_{i1})$$

$$e_{i1} = (v_{i1}, v_1)$$

$$e_{i2} = (v_1, v_{i2})$$

Selanjutnya akan dibentuk partisi sisi-sisi graf kincir W_2^m .

Misalkan $E_i = \{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, m$.

Maka akan ditunjukkan bahwa $\{E_i\}_{i=1}^m$ adalah suatu partisi dari $E(W_2^m)$.

a) $E_i \neq \emptyset$

Karena $E_i = \{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}$, maka terlihat bahwa E_i memiliki 3 anggota yaitu e_i, e_{i1} , dan e_{i2} , sehingga $E_i \neq \emptyset$.

b) $E(W_2^m) = \cup_{i=1}^m E_i$

Ambil $x \in E(W_2^m)$, maka $x = e_k$ atau $x = e_{t1}$ atau $x = e_{s2}$ untuk suatu $k, t, s \in \{1, 2, \dots, m\}$. Artinya $x \in E_k$ atau $x \in E_t$ atau $x \in E_s$, jadi $x \in \cup_{i=1}^m E_i$.

$$\therefore E(W_2^m) \subseteq \cup_{i=1}^m E_i.$$

Sebaliknya, jika $x \in \cup_{i=1}^m E_i$ maka $x \in E_k$ untuk suatu $k \in \{1, 2, \dots, m\}$. Jadi $x = e_k$ atau $x = e_{k1}$ atau $x = e_{k2}$. Oleh karena itu $x \in E(W_2^m)$.

$$\therefore \cup_{i=1}^m E_i \subseteq E(W_2^m).$$

c) $E_i \cap E_j = \emptyset$ untuk $i \neq j$

Perhatikan bahwa $E_i = \{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}$ dan $E_j = \{e_j, e_{j1}, e_{j2}\}$, oleh karena itu jika $i \neq j$ maka $e_i \neq e_j$ dan $e_{i1} \neq e_{j1}$ dan $e_{i2} \neq e_{j2}$.

Sehingga jelas bahwa $E_i \cap E_j = \emptyset$ untuk $i \neq j$.

Karena $\{E_i\}_{i=1}^m$ memenuhi a), b), dan c), maka terbukti bahwa $\{E_i\}_{i=1}^m$ adalah suatu partisi dari $E(W_2^m)$.

Selanjutnya, akan dibentuk suatu subgraf.

Pada dekomposisi graf, subgraf dari graf kincir W_2^m dibangun (diinduksi) oleh partisi sisi-sisi dari $E(W_2^m)$.

Misalkan subgraf H_i , maka subgraf H_i dibangun(diinduksi) oleh E_i untuk setiap i , sehingga

$$H_i = W_2^m[E_i] = W_2^m[\{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}].$$

Karena $\{E_i\}$ berupa sisi-sisi maka subgraf H_i tidak memuat titik yang berderajat 0 sehingga subgraf H_i tidak memuat titik terisolasi.

Dengan demikian koleksi subgraf $\{H_i\}_{i=1}^m$ memenuhi Definisi 2.12.1, maka graf kincir W_2^m dapat didekomposisikan. Karena $\{H_i\}_{i=1}^m$ adalah dekomposisi dari graf kincir W_2^m maka dapat dituliskan sebagai

$$W_2^m = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus \dots \oplus H_m.$$

Selanjutnya, perhatikan bahwa $H_i = W_2^m[E_i] = W_2^m[\{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}]$

$$\text{dengan } e_i = (v_{i2}, v_{i1})$$

$$e_{i1} = (v_{i1}, v_1)$$

$$e_{i2} = (v_1, v_{i2})$$

Maka diperoleh bahwa e_i , e_{i1} , dan e_{i2} saling terhubung langsung karena e_i dan e_{i1} terkait langsung pada satu titik yang sama yaitu v_{i1} , e_i dan e_{i2} juga terkait langsung pada satu titik yang sama yaitu v_{i2} , begitupun juga dengan e_{i1} dan e_{i2} terkait langsung pada satu titik yang sama yaitu v_1 . Sehingga, dari koleksi subgraf $\{H_i\}_{i=1}^m$ terlihat bahwa setiap titik pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^m$ berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi $\{H_i\}_{i=1}^m$ adalah 3, maka berdasarkan Definisi 2.11.1 koleksi subgraf $\{H_i\}_{i=1}^m$ berupa C_3 . Dengan demikian, berdasarkan Definisi 2.4.1 maka $H_i \cong C_3$ untuk setiap i .

Jadi, karena $W_2^m = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus \dots \oplus H_m$ dan $H_i \cong C_3$ untuk setiap i , maka graf kincir W_2^m merupakan C_3 –dekomposisi.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Misalkan m bilangan asli maka berdasarkan hasil pembahasan, karena graf kincir W_2^m didekomposisikan oleh graf sikel C_3 , maka dapat diambil kesimpulan yaitu misalkan bahwa graf kincir W_2^m merupakan C_3 – dekomposisi.

4.2 Saran

Pada skripsi ini, penulis hanya memfokuskan pada pokok pembahasan masalah dekomposisi pada graf kincir W_2^m . Maka dari itu, untuk penulisan skripsi selanjutnya, penulis menyarankan kepada pembaca untuk mengkaji masalah dekomposisi pada graf-graf yang lain, seperti pada graf piramida atau graf berlian.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, M. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 6*. Bogor : Pustaka Imam Asy-Syafi'i.
- Abdussakir, Azizah, Nilna N, & Nofandika, Fifi F. 2009. *Teori Graf*. Malang : UIN Malang Press.
- Budayasa, I. K. 2007. *Teori Graf dan Aplikasinya*. Surabaya : University Press UNESA.
- Chartrand, Gery and Lesniak, Linda. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California : a Division of Wadsworth, Inc.
- Hasmawati. 2013. *Penerapan Teorema Bondy pada Penentuan Bilangan Ramsey Graf Bintang Terhadap Graf Roda*. Jurnal Matematika, Statistik, dan Komputasi (JMSK). Vol 9. No 2.
- Khairiah, Annisatu, Evi Noviani, & Fransiskus Fran. 2020. *Dimensi Partisi Pada Graf*. Bimaster. Vol 09. No 1.
- Lipschutz, Seymour, dan Lipson, Marc Lars. 2002. *Seri Penyelesaian Soal Schaum : Matamatika Diskrit*. Jakarta : Salemba Teknika.
- Marsudi. 2016. *Teori Graf*. Malang : UB Press.
- Pratama, Okky Panca. 2014. *Menentukan Pohon Rentang Pada Graf Kincir Dengan Representasi Matriks*.
- Rahmawati, Nur. 2014. *Dekomposisi Graf Sikel, Graf Roda, Graf Gir Dan Graf Persahabatan*. MATHunesa. Vol 3. No 3.
- Wilson, R.J. dan Watkins. 1990. *Graph and Introductory Approach*. Singapore : Open University Course.

RIWAYAT HIDUP



This'atun Na'imah, lahir di Kabupaten Tuban pada tanggal 22 Februari 1999, biasa dipanggil Isa, This, atau This'a, tinggal di dusun Semampir RT/RW 003/003, desa Sembungrejo, Kec. Merakurak, Kab. Tuban. Anak pertama dari Bapak Tarmijan dan Ibu Siti Masluha, serta kakak dari M. Nafi'ul Anhar.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN sembungrejo No. 120 dan lulus pada tahun 2010, setelah itu melanjutkan ke SMP Negeri 1 Merakurak dan lulus pada tahun 2013. Kemudian dia melanjutkan pendidikan ke MAN Tambakberas Jombang (MAN 3 Jombang) dan lulus pada tahun 2016. Selanjutnya, pada tahun 2016 menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil jurusan Matematika, dia menjadi anggota HMJ divisi PRI pada periode 2017/2018, anggota Mathematics English Club (MEC), dan anggota Mathematics Arabic Club (MAC).

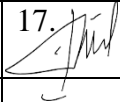


KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : This'atun Na'imah
NIM : 16610025
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Dekomposisi Graf Kincir W_2^m
Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd
Pembimbing II : Dewi Ismiarti, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1.	20 Februari 2020	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.	
2.	28 Februari 2020	Revisi Bab I dan Bab II, Konsultasi Bab III		2.
3.	10 Maret 2020	ACC Bab I, Revisi Bab II dan Bab III	3.	
4.	27 Maret 2020	ACC Bab II dan Bab III		4.
5.	29 Maret 2020	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan Bab II	5.	
6.	14 April 2020	Revisi Kajian Agama Bab I dan Bab II		6.
7.	23 April 2020	ACC Agama Bab I dan Revisi Bab II	7.	
8.	01 Mei 2020	ACC Kajian Agama Bab II		8.
9.	01 Mei 2020	ACC Ujian Sempro Pembimbing 1	9.	
10.	01 Mei 2020	ACC Ujian Sempro Pembimbing 2		10.
11.	2 Juni 2020	Konsultasi Pembuktiaan Bab III	11.	
12.	18 Juni 2020	Revisi Pembuktiaan Bab III		12.
13.	15 Juli 2020	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan Bab II (ganti ayat baru)	13.	
14.	07 September 2020	Revisi Kajian Agama Bab I dan Bab II		14.

15.	14 September 2020	Revisi Pembuktian Bab III	15. 	
16.	29 September 2020	ACC Pembuktian Bab III dan Konsultasi Bab IV		16. 
17.	04 Oktober 2020	ACC Kajian Agama Bab I dan Revisi Kajian Agama Bab II	17. 	
18.	09 Oktober 2020	ACC Kajian Agama Bab II		18. 
19.	09 Oktober 2020	ACC Keseluruhan untuk Ujian Sidang dari Pembimbing 1	19. 	
20.	09 Oktober 2020	ACC Keseluruhan untuk Ujian Sidang dari Pembimbing 2		20. 

Malang, 27 Oktober 2020
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001